



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
AN ȘCOLAR 2022 – 2023  
ETAPA LOCALĂ  
11.02.2023

CLASA A VIII -A

BAREM

Subiectul I

a) Ridicând ambii membri la puterea a doua obținem:  $n^2 + 4n < (n+2)^2 \Rightarrow n^2 + 4n < n^2 + 4n + 4 \Rightarrow 0 < 4$   
relație adevărată pentru orice  $n$  natural 1p

b) Se demonstrează că  $n + 1 \leq \sqrt{n^2 + 4n} < n + 2$ , pentru  $(*) n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ :  
 $n + 1 \leq \sqrt{n^2 + 4n} \Leftrightarrow n^2 + 2n + 1 \leq n^2 + 4n \Leftrightarrow 1 \leq 2n$  adevărat,  $(*) n \in \mathbb{N}, n \geq 1$  1p

din punctul a)  $\sqrt{n^2 + 4n} < n + 2$

deci  $n + 1 \leq \sqrt{n^2 + 4n} < n + 2$ , pentru  $(*) n \in \mathbb{N}, n \geq 1$  1p

$\Rightarrow [\sqrt{n^2 + 4n}] = n + 1$ , pentru  $(*) n \in \mathbb{N}, n \geq 1$  și  $[\sqrt{n^2 + 4n}] = 0$  pentru  $n = 0$  1p

c) deoarece  $[\sqrt{n^2 + 4n}] = [\sqrt{n(n+4)}] = n + 1$  1p

$\Rightarrow [\sqrt{1 \cdot 5}] + [\sqrt{2 \cdot 6}] + [\sqrt{3 \cdot 7}] + \dots + [\sqrt{98 \cdot 102}] = 2 + 3 + 4 + \dots + 99 =$  1p

$= \frac{99 \cdot 100}{2} - 1 = 4950 - 1 = 4949$  1p

Subiectul II

numărul  $\sqrt{2(a+b) + \overline{a} + \overline{b}}$  este natural  $\Leftrightarrow 2(a+b) + \overline{a} + \overline{b}$  este pătrat perfect 1p

adică  $2a + 2b + 10a + b + 10b + a = 13(a+b)$  este pătrat perfect 1p

de unde deducem că  $a + b = 13k^2, k \in \mathbb{N}^*$  1p

cum  $a$  și  $b$  sunt cifre  $\Rightarrow k = 1$ , adică  $a + b = 13$  1p

cu posibilitățile  $a = 4, b = 9; a = 5, b = 8; a = 6, b = 7; a = 7, b = 6; a = 8, b = 5$  și  $a = 9, b = 4$  2p

deci  $\overline{a} \in \{49, 58, 67, 76, 85, 94\}$  1p

### Subiectul III

**Soluție:**

- calculul diagonalei BD,  $BD = 50$  cm 1p
- construirea și calculul distanței de la punctul A la dreapta BD,  $d(A, BD) = 24$  cm 1p
- identificarea, cu  $T_3 \perp$ ,  $d(M, BD)$  1p
- identificarea unghiului dintre cele două plane 1p
- calculul măsurii unghiului,  $m(\angle(MBD), (\angle ABC)) = 60^\circ$  1p
- identificarea distanței de la punctul A la planul (MBD) 1p
- calculul distanței de la punctul A la planul (MBD),  $d(A, (MBD)) = 12\sqrt{3}$  cm 1p

### Subiectul IV

**Soluție:**

- a) Din  $S_m = 12 l \Rightarrow$  1p
- $12 l = 24276$ , de unde  $l = 2023$  m 1p
- b) Justificarea faptului că secțiunea obținută este dreptunghi 1p
- justificare lungimea lui este egală cu  $2023\sqrt{2}$  m 1p
- justificare lățimea lui este 2023 m 1p
- calculul perimetrului secțiunii  $P = 4046(\sqrt{2} + 1)$  m 1p
- calculul ariei secțiunii  $A = 2023^2 \sqrt{2} \text{ m}^2$  sau  $A = 4092529\sqrt{2} \text{ m}^2$  1p